Tercera Clase

fede

April 22, 2024

Contents

1 Correccion de los ejercicios de la clase anterior

- ☒ 14
- ☒ 15
- ☐ 17

2 Graficacion de funciones

- ☐ 24
- ☐ 25
- ☒ 28

$$f(x, y) = 1 + 2x^2 + 2y^2$$
$$Z - 1 = 2x^2 + 2y^2$$

  Es un **paraboloide**.

- ☐ 29
- ☒ 30

$$f(x, y) = \sqrt{4x^4 + y^2}$$

  Es un **cono** solo positivo.

3 Curvas de nivel

- ☐ 43
- ☐ 47
- ☒ 49
- ☐ 53

4 Limites: doble, sucesivos y radiales

Limites y continuidad

Cuando ambos X e Y tienden a 0. Pero notese que ninguna de las funciones estan definidas en (0, 0)

$$\frac{sen(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$$

$$\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$$

Lo que vamos a calcular es: $\lim_{(x;y) \to (0,0)}$ f(x, y)

Definicion

Para indicar que los valores en (x, y) se aproximan a (a, b) se utiliza la notacion

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = L$$

1

Si la funcion no esta definida por tramos y no hay indeterminacion el limite se calcula reemplando (x, y) por (a, b) em ña exŕesopm de ña dimcopm

2

si la funcion esta definida por tramos o hay indeterminacion. Pero ¿como calcular un limite doble cuando hay indeterminacion? Existen 3 formas

- Tratar de salvar algebraicamente la indeteminacion (es decir, factorizando la expresion en f).

- Separar las variables X e Y de manera tal que f puede escribirse como suma, producto o divicion de dos funciones, Una con la variable **X** y la otra en la varianle **Y** Luego se calcula un limite en las funciones de una variable.

- Si no es posible aplicar los passos anteiores, tratar de expresar g como producto de una funciones acotada por otra que tiende a 0

Limites Iterados

Consiste en aproximarse por medio de textas paralelas a los ejes coordenados.

$$L_{12} = \lim_{x \to a} \lim_{y \to b} f(x, y)$$
$$L_{21} = \lim_{y \to b} \lim_{x \to a} f(x, y)$$

- Si ambos existen y son distintos no hay limite.

- Si ambos son iguales ($L_{12} = L_{21}$) o uno de los dos no existe no se puede confirmar nada.

Metodo

$\lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ (1)

$$L_{12} = \lim_{x \to 0} \lim_{y \to 0} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2})$$
$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2 - 0}{x^2 + 0} = \frac{1}{1}$$
$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{1} = 1$$

Ahora voy a chequear el otro iterado

$$L_{21} = \lim_{y \to 0} \lim_{x \to 0} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2})$$
$$= \lim_{y \to 0} \frac{0 - y^2}{0 + y^2} = -\frac{1}{1}$$
$$\lim_{y \to 0} \frac{-1}{1} = -1$$

No es lo mismo L_{12} que L_{21} por lo que **No hay limite**.

Limites Radiales

Se usa cuando los limites iterados fallan.

consiste aproximarse al punto (a, b) mediante el uso de una pendiente **m**.

$$\lim_{x \to a} f(x, m(x-a)+b)$$

Si al reemplazar y por **x(x - a) + b** el limite existe y depende de m entonces se concluye que el limite doble no existe.

ejercicio

$\lim_{(x,y} \to (0,0) f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ (2)

$$L_{12} = \lim_{x \to 0} \lim_{y \to 0} \frac{xy}{x^2+y^2})$$
$$= \lim_{x \to 0} \frac{0}{x^2+0} = \frac{0}{0} = 0$$

Ahora probamos con L_{21}

$$L_{21} = \lim_{y \to 0} \lim_{x \to 0} \frac{xy}{x^2+y^2})$$
$$= \lim_{y \to 0} \frac{0}{0+y^2} = \frac{0}{0} = 0$$

Dado que $L_{12} = L_{21}$ no podemos definir nada, por eso pasamos a usar limites radiales

Sea y = m(x - 0) + 0

$$f(x, m(x-0)+0 =$$
$$\frac{x \cdot mx}{x^2+(mx)^2}$$
$$\frac{mx^2}{x^2+m^2x^2}$$
$$\frac{mx^2}{x^2(1+m^2)}$$
$$\frac{m}{1+m^2}$$

Como la funcion depende de **m** no existe limite.

Por Curvas

Consiste en hacer tender el punto (x, y) al punto (a, b) por medio de curvas dentro del dominio de f. Algunas de las curvas que se pueden usar son:

$$y = m(x-a)^n + 0$$