Trabajo Practico 1 - Matematicas Discretas

Martin, Luca, Roy, Fede

Contents

1 - Para cada uno de los grafos de la figura,

a. el grado de cada vértice. Verificar la fórmula que relaciona los grados de vértices con el número de aristas.

Grafo	Cant
G1	3
G2	4
G3	4

b. identificar los bucles (si existen)

- G1 f-f
- G2 g-g
- G2 h-h

c. un ciclo en el grafo

Grafo	
G1	a-b-c-d-a
G2	a-b-g-a
G3	-

d. un camino de a a c de longitud 3, si existe

Grafo	
G1	a-b-c
G2	a-b-c
G3	a-b-c

e. un ciclo que contenga a g, de longitud par, si existe.

Grafo	
G1	-
G2	g-b-f-a
G3	-

f. los vértices conectados con e

grafo	
G1	f-g
G2	d-f-c
G3	J

h. todos los caminos simples de e a g.

grafo	
G1	g-e
G1	g-f-e
G2	g-a-f-d-e
G2	g-a-f-e
G2	g-a-f-b-c-d
G2	g-b-f-d-e
G2	g-b-f-e
G2	g-b-c-e
G2	g-b-a-f-d-e
G2	g-b-a-f-e
G3	g-i-j-e

i. la distancia entre b y cada uno de los vértices

grafo	Trasado	N
G1	b-a	1
	b-d	1
	b-c	1
G2	b-g	1
	b-a	1
	b-f	1
	b-c	2
	b-f-d	2
	b-c-e	1
G3	b-j	2
	b-j-f	2
	b-j-e	2
	b-j-i	2
	b-j-i-g	3
	b-j-i-k	3
	b-j-i-k-a	4
	b-j-i-k-a-h	5
	b-j-i-k-a-h-c	6
	b-j-i-k-a-h-d	6

2 - ¿Cuántas componentes conexas tienen los graos G1, G2 y G3? ¿Cuál es el número máximo de aristas que pueden eliminarse de cada uno, manteniendo el número de componentes conexas? ¿Cuál es el mínimo número de aristas que deben eliminarse para aumentar la cantidad de componentes conexas en cada grafo?

3

a. Escribir la matriz de incidencia de los grafos G1, G2 y G3.

b. Escribir la matriz de adyacencia de los grafos G1, G2 y G3.

4 - Para los siguientes grafos dirigidos, indicar:

a. el grado de entrada y de salida de cada vértice. Verificar la fórmula que relaciona los grados de entrada y salida con el número de aristas.

- G4 Entrada = 3 Salida = 3
- G5 Entrada = 3 Salida = 3

b. un camino dirigido de e a a, si existe

grafo	Trasado
G4	e-c-b-a
G5	e-d-b-a

c. un ciclo dirigido, si existe

grafo	Trasado
G4	a-g-b-a
G5	-

5

a. Escribir la matriz de incidencia de los digrafos G4 y G5.

b. Escribir la matriz de adyacencia de los digrafos G4 y G5.

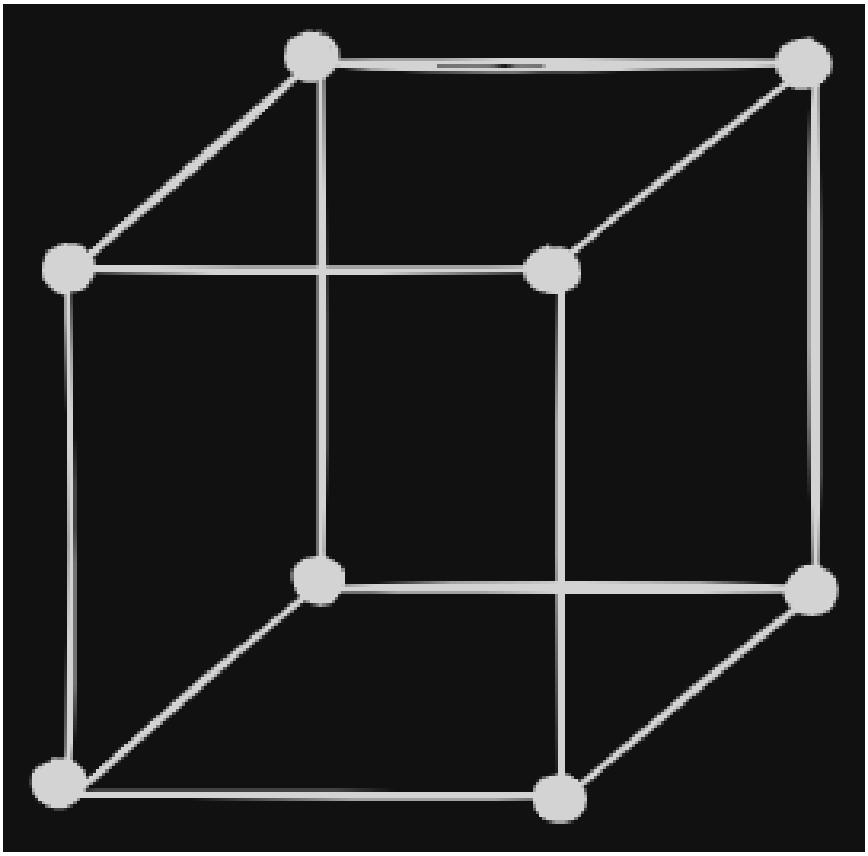
6 - Un n-cubo es un grafo en el que los vértices se etiquetan con n-uplas de ceros y unos. Una arista conecta dos vértices u y v si las etiquetas de u y v difieren exactamente en un símbolo.

a. 2-cubo

```
U -- B
|    |
|    |
C -- V

U - B - V
U - C - V
```

b. 3-cubo



c. ¿Es conexo el n-cubo? Justificar.

Es conexo porque existe un camino entre cualquier par de vertices.

d. Calcular el número de vértices y de aristas del n-cubo.

Para los vertices es:

2^n

y para las aristas

n * 2^{n-1}

Entonces para un n-cubo siendo n = 3

$$Vertices = 2^3 = 8$$
$$Aristas = 3 * 2^{3-1} = 12$$

10 - Indicar si existe un grafo regular con las siguientes características (dar un ejemplo o justificar la no existencia):

a. 7 vértices y 7 aristas

b. 7 vértices y 16 aristas

c. 3 vértices, 6 aristas, sin lazos

d. 4 vértices, 6 aristas, sin lazos

11 - Indicar para qué valores de n es regular:

a. el grafo completo K_n

b. el ciclo de n vértices, C_n

c. la rueda de n+1 vértices, W_n

d. la estrella con n+1 vértices, S_n

e. el n-cubo

f. el grafo lineal L_n

12 - Hallar la matriz de adyacencia de los grafos: K_6 , C_6, W_5, S_5 , L_6.

14 - Dada la siguiente matriz de adyacencia de un grafo no dirigido

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}$$

Responder (sin graficar el grafo)

¿Cómo se puede determinar la cantidad de aristas en el grafo, a partir de dicha matriz?

Determinar el grado de cada vértice.

Describir un algoritmo para determinar todos los vértices conectados con el primer vértice, teniendo como entrada la matriz de adyacencia, y aplicarlo a la matriz dada.

21 - ¿Cuál de los grafos G1, G2 o G3 es un árbol? Indicar los vértices colgantes (hojas).¿Cuántos caminos distintos hay entre cada par de vértices?

22 - Hallar árboles recubridores para cada una de las componentes conexas de los grafos del problema 1

23 - Hallar un árbol recubridor del grafo G6.

24 - Dibujar un grafo tal que admita un árbol recubridor con raíz de altura 1. Caracterizar los grafos tales que admitan un árbol recubridor de altura 1.

27 - Considerar el grafo ponderado con matriz de pesos