

resumen.parcial

fedede

May 21, 2026

Contents

1	Clase 1 - Modelizacion de sistemas	3
1.1	Caracteristicas de los sistemas	4
1.1.1	Totalidad	4
1.1.2	Equilibrio	4
1.1.3	Objetividad	4
2	Clase 2 - Modelos	4
2.1	Modelos	4
2.2	Clasificacion de modelos	4
2.2.1	Modelos Concretos	4
2.2.2	Modelos Abstractos	5
2.3	Teoria de la informacion	5
2.4	Pasos para Desarrollar un Modelo	5
3	Clase 3 - Simuladores	6
3.1	Caracteristicas	6
3.2	Tecnica de montecarlo	6
3.2.1	Idea Principal	6
3.2.2	Cuándo usarlo	6
3.2.3	Cuándo NO usarlo	7
3.2.4	Ventajas	7
3.2.5	Desventajas	7
3.3	Números Aleatorios y Pseudoaleatorios	7
3.3.1	Aleatorios	7
3.3.2	Pseudoaleatorios	7
3.3.3	Ventajas de pseudoaleatorios	7
3.4	Lenguajes de Simulación	8
3.4.1	Propósito General	8

3.4.2	Propósito Específico	8
3.4.3	Tipos de simulación	8
4	Clase 5 - Teoria de colas parte 1	8
4.1	¿Que es la teoria de colas?	8
4.2	Origen	8
4.3	Elementos	9
4.4	Notacion de Kendall	9
4.4.1	Formato	9
4.4.2	Tipos de principales	9
4.4.3	Ejemplos	9
4.4.4	Disciplinas de servicio	10
4.5	Sistemas M/M/1	10
4.5.1	Caracteristicas	10
4.5.2	Parametros Importantes	10
4.5.3	Factor de utilizacion	10
4.5.4	Probabilidad de Estado	11
4.5.5	Numero medio de clientes	11
4.5.6	Equilibrio y Congestión	11
4.6	Ecuacion de estado estable	11
4.7	Teorema de Little	12
4.7.1	Variantes	12
5	Clase 6 - Teoria de colas parte 2	12
5.1	M/M/1/N	12
5.2	Caracteristicas Principales	12
5.2.1	Aplicaciones	13
5.3	Probabilidad de Bloqueo	13
5.4	Tasa de rechazo	14
5.5	Rendimiento del Sistema	14
5.6	Deduccion de la formula de Probablidad	14
5.7	Comparación con M/M/1	14
5.8	Ventajas del Modelo M/M/1/N	15
5.9	Desventajas	15
6	Clase 7 - Teoria de colas parte 3	15
6.1	Concepto de Dependencia	15
6.2	Analogia con sistemas de nacimiento y muerte	15
6.2.1	Nacimientos	16
6.2.2	Muertes	16

6.3	Deduccion de probabilidades de estado	16
6.3.1	Principio de Balance	16
6.3.2	Desarrollo de formula	16
7	Clase 8 - M/G/1 y M/D/1	16
7.1	M/G/1	16
7.1.1	Condicion de estabilidad	16
7.1.2	Formula	17
7.1.3	Interpretacion μ^2 o σ^2	17
7.2	M/D/1	17
7.3	Sistemas sin interrupcion	17
7.4	Sistemas con interrupcion	17
7.5	Inanicion	18

1 Clase 1 - Modelizacion de sistemas

Esta estudia conjuntos de elementos interrelacionados que trabajan para un objetivo común. Los sistemas tienen características como totalidad (funcionan como un todo), equilibrio, objetivo definido y entropía.

Existen dos tipos principales:

- Sistemas Abiertos:
Intercambian materia energía o información con el entorno (ej, empresas, ecosistemas, ciudades).
- Sistemas Cerrados:
Están aislados o tienen intercambios mínimos con el exterior (ej, termo hermético. experimento sellado).

Para poder modelizar un sistema abierto es necesario “cerrarlo”, definiendo límites y simplificando variables externas. Esto permite analizarlo matemáticamente.

1. identificar límites.
2. Fijar Fronteras
3. Definir que está dentro.
4. Ignorar lo externo

1.1 Características de los sistemas

1.1.1 Totalidad

El sistema funciona como un todo integrado. el comportamiento del sistema completo no puede entenderse simplemente sumando las partes individuales.

1.1.2 Equilibrio

Los sistemas tienden a adaptarse y mantener un estado estable mediante mecanismos de retroalimentación.

1.1.3 Objetividad

Todo sistema tiene un propósito o función definida.

2 Clase 2 - Modelos

2.1 Modelos

Es una representación simbólica y simplificada de un sistema.

- Simbólica: usa símbolos para representar la realidad.
- Simplificada: elimina los detalles innecesarios para facilitar el análisis.

2.2 Clasificación de modelos

2.2.1 Modelos Concretos

Son tangibles.

Según la forma:

- Iconicos: pierden dimensiones (mapas, fotos, planos).
- No Iconicos: conservan dimensiones (maquetas, globos terráqueos).

Según comportamiento:

- Analógicos: representan la dinámica o comportamiento (termómetro, reloj de arena).
- No analógicos: representan la forma, no la dinámica.

2.2.2 Modelos Abstractos

Son intangibles.

Segun la forma:

- Coloquiales: descripciones o manuales.
- Matematicos: formulas o programas.

Segun comportamiento:

- Analiticos: formulas matematicas.
- Numericos: simulaciones o software.

Además existen estas clasificaciones:

- Estaticos: No dependen del tiempo.
- Dinamicos: dependen del tiempo.
- Deterministicos: Sin Azar.
- Estocasticos: usan probabilidades.

2.3 Teoria de la informacion

La informacion es una reduccion de incertidumbre de un receptor. Depende de cuanto se esperaba un dato:

- Evento Improbable \rightarrow mucha informacion
- Evento seguro \rightarrow poca o nula informacion.

$$I_r(s) = \log_r\left(\frac{1}{P(s)}\right)$$

Es un modelo abstracto, matemático, analítico, estático y estocástico.

2.4 Pasos para Desarrollar un Modelo

- Conocer el sistema.
- Fijar límites y cerrar el sistema.
- Reducir variables importantes.

- Desarrollar el modelo.
- Probarlo:
 - si funciona \rightarrow se acepta,
 - si falla parcialmente \rightarrow se corrige,
 - si falla mucho \rightarrow se rehace.
- Documentarlo.

3 Clase 3 - Simuladores

Un simulador es la reproduccion del comportamiento dinamico de un sistema usando un modelo. Es un modelo numerico procesado por computadora y representado como software.

3.1 Caracteristicas

- Permiten experimentar y modificar sistemas facilmente.
- Buscan soluciones particulares.
- Son utiles cuando el sistema es muy complejo para resolverse con formulas analiticas.

3.2 Tecnica de montecarlo

Metodo de simulacion que usa numeros aleatorio o pseudoaleatorios como datos de entrada.

3.2.1 Idea Principal

Generar muchos escenarios aleatorios para aproximar resultados reales.

3.2.2 Cuándo usarlo

- Sistemas con incertidumbre.
- Riesgo financiero.
- Colas y esperas.
- Meteorología.

3.2.3 Cuándo NO usarlo

- Problemas simples y determinísticos.
- Casos donde se necesita exactitud total.

3.2.4 Ventajas

- Flexible.
- Maneja sistemas complejos.
- Permite visualizar incertidumbre.

3.2.5 Desventajas

- No da resultados exactos.
- Cada simulación puede variar.
- Alto costo computacional.

3.3 Números Aleatorios y Pseudoaleatorios

3.3.1 Aleatorios

- Generados por fenómenos físicos.
- Verdaderamente impredecibles.
- No reproducibles.

3.3.2 Pseudoaleatorios

- Generados por algoritmos y semillas.
- Tienen período finito.
- Reproducibles usando la misma semilla.

3.3.3 Ventajas de pseudoaleatorios

- Permiten debugging.
- Comparación justa de modelos.
- Son rápidos y prácticos para simulación.

3.4 Lenguajes de Simulación

3.4.1 Propósito General

Lenguajes comunes como Python, C++, Java o R.

- Más flexibles y baratos.
- Desarrollo más largo.

3.4.2 Propósito Específico

Diseñados para simulación, como GPSS, Simula o Arena.

- Desarrollo más rápido.
- Herramientas integradas.
- Más costosos y especializados.

3.4.3 Tipos de simulación

- Discreta: cambios por eventos.
- Continua: cambios continuos mediante ecuaciones diferenciales.
- Mixta: combina ambas.

4 Clase 5 - Teoria de colas parte 1

4.1 ¿Que es la teoria de colas?

Esta consiste en un estudio matematico de los sistemas de espera para optimizar recursos y reducir tiempos de demora.

4.2 Origen

Fue desarrollado en 1909 al analizar la congestion de llamas telefonicas en copenhagen.

4.3 Elementos

Tiene 3 elementos basicos

- Clientes: Quienes solicitan el servicio.
- Area de espera: Lugar fisico o cirtual donde esperan.
- Servidores: quienes brindan el servicio.

4.4 Notacion de Kendall

Describe sistemas de colas de forma compacta:

4.4.1 Formato

‘A / B /C ‘ donde:

- A, distribucion de llegadas.
- B, distribucion de servicio.
- c, cantidad de servidores.

4.4.2 Tipos de principales

- M, markoviana (Poisson/exponencial).
- D, Deterministica.
- G, General.

4.4.3 Ejemplos

- M/M/1, llegadas Poisson, servicio exponencial y 1 servidor.
- M/M/c, varios servidores.
- M/D/1, servicio constante.
- D/D/1, llegadas y servicios contantes.

4.4.4 Disciplinas de servicio

- FIFO, primero en llegar, primero en salir.
- LIFO, ultimo en llegar, primero en salir.
- Prioridad, atencion según importancia.

4.5 Sistemas M/M/1

Es el modelo más basicos para modelar.

4.5.1 Caracteristicas

- Llegadas Poisson.
- Servicio exponencial.
- Un solo servidor.
- Cola FIFO.
- Entradas y salidas independientes.

4.5.2 Parametros Importantes

- Tasa de arriros λ Consiste en la cantidad promedio de clientes que llegan por unidad de tiempo.
- Tasa de servicio μ Es la cantidad promedio de clientes que el servidor atiende cada una unidad de tiempo
- Tiempo medio de servicio

$$T_s = \frac{1}{\mu}$$

4.5.3 Factor de utilizacion

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

indica que tan ocupado esta el servidor.

- $\rho < 0.5$ sistema subutilizado.
- $0.5 \leq \rho < 0.8$ funcionamiento optimo.
- ρ cercano a 1: colas largas.

- $\rho \geq 1$: congestion.

Si llegan más clientes que lo que la cola puede atender, la cola crece indefinidamente.

4.5.4 Probabilidad de Estado

Es la probabilidad de tener exactamente n clientes en el sistema

$$p_i^n = \rho^n (1 - \rho)$$

teniendo en cuenta que:

- π_0 = sistema vacío.
- π_1 = un cliente.
- π_2 = dos clientes.

4.5.5 Numero medio de clientes

Cantidad promedio de clientes en el sistema:

$$N = \frac{\rho}{1-\rho}$$

Cuando ρ se acerca a 1, el número de clientes crece muchísimo.

4.5.6 Equilibrio y Congestión

Un **Sistema Estable** Ocurre cuando:

$$\lambda < \mu$$

El sistema puede atender a los clientes sin que la cola crezca infinitamente.

Mientras tanto un **Sistema Congestionado**:

$$\rho \geq 1$$

la cola tiende a infinito.

4.6 Ecuación de estado estable

Relaciona probabilidades entre estados consecutivos.

$$\rho * \pi_{n-1} = \pi_n$$

4.7 Teorema de Little

relaciona la cantidad promedio de clientes, junto con la tasa de llegada y el tiempo promedio del sistema $N = \lambda W$.

Donde:

- N : clientes promedio en el sistema.
- λ : tasa de llegadas.
- W : tiempo promedio de permanencia.

4.7.1 Variantes

- $Q = \lambda Wq$. clientes en cola.
- $N_s = \lambda Ts$. clientes siendo atendidos.

5 Clase 6 - Teoria de colas parte 2

5.1 M/M/1/N

Son modelos de colas en los cuales:

- Llegadas aleatorias tipo Poisson.
- Tiempos de servicio exponenciales.
- Un unico servidor.
- Capacidad maxima finita de N clientes.

A diferencia del modelo M/M/1 un M/M/1/N los clientes pueden ser rechazados cuando el sistema esta lleno.

5.2 Caracteristicas Principales

Componentes del modelo:

- M : llegadas de poisson.
- M : Servicio exponencial.
- 1 : un servidor.
- N : capacidad maxima del sistema.

Funcionamiento:

- Si el sistema tiene menos de N clientes, el nuevo cliente entra.
- Si el sistema está lleno ($n = N$), el cliente es rechazado.

Propiedades:

- llegadas de Poisson.
- Servicio Exponencial.
- Un unico servidor.
- Disciplina FIFO.
- Independencia entre entradas y salidas.
- Capacidad Limitada.

5.2.1 Aplicaciones

El modelo $M/M/1/N$ se utiliza en sistemas con capacidad fisica limitada.

Ejemplos:

- Sala de espera medicas.
- Routers.
- Centrales telefonicas.
- Estacionamientos.
- Ascensores.
- Plataformas de streaming.

En todos los casos existe un limite de capacidad y posibilidad de bloqueo.

5.3 Probabilidad de Bloqueo

La probabilidad de bloqueo (P_B) representa la probabilidad de que u cliente llegue y encuentre el sistma lleno.

$$P_B = \pi_N = \frac{\rho^N(1-\rho)}{1-\rho^{N+1}}$$

Donde:

- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.
- λ Tasa de llegada.
- μ tasa de servicio.
- N , capacidad maxima.

Un P_B bajo significa que no hay muchos clientes rechazados mientras que uno alto es que se rechazan muchos clientes.

5.4 Tasa de rechazo

Indica cuantos cliente son rechazados por unidad de tiempo.

$$\tau = \lambda * P_B$$

5.5 Rendimiento del Sistema

Es la tasa efectiva de clientes atendidos.

$$\text{Rendimiento de entrada: } \gamma = \lambda(1 - P_B)$$

$$\text{Rendimiento de salida: } \gamma = \mu(1 - \pi_0)$$

5.6 Deducccion de la formula de Probablidad

En un Modelo M/M/1/N solo existen los estados:

$$n = 0, 1, 2, \dots, N$$

Por esto la distribucion de probabilidad debe corregirse para que la suma total sea 1.

5.7 Comparación con M/M/1

Caracteristicas	M/M/1	M/M/1/n
Capacidad	Infinita	Finita
Rechazo	No	Si
Probabilidad de bloqueo	0	$x > 0$
Estados	Infinitos	0 a N
Rendimiento	$\gamma = \lambda$	$\gamma < \lambda$
Estabilidad	Requiere $\rho < 1$	Siempre estable

5.8 Ventajas del Modelo M/M/1/N

- Representa sistemas reales con límites físicos.
- Permite calcular pérdidas por rechazo.
- Ayuda al dimensionamiento de capacidad.
- Evita crecimiento infinito de colas.

5.9 Desventajas

- Puede generar pérdida de clientes.
- Afecta la reputación del servicio.
- Requiere cálculos más complejos.
- Definir capacidad adecuada puede ser difícil.

6 Clase 7 - Teoria de colas parte 3

Introduccion a los sistemas dependientes de estado, Estos son modelos de colas donde las tasas de llegada y servicio no son constantes, sino que cambian segun la cantidad de clientes presentes en el sistema.

En estos sistemas λ_n representa la tasa de arribo cuando hay n clientes. y μ_n representa la tasa de servicio cuando hay n clientes.

6.1 Concepto de Dependencia

En estos modelos, las condiciones del sistema responde dinamicamente al estado actual.

por ejemplo: En una autopista, el transito es fluido y rapido. Con muchos vehiculos aparece congestion y disminuye la velocidad. Cuando la autopista esta saturada, algunos conductores buscan rutas alternas.

De Forma similar en un sistemas de colas las tasas de llegada y servicio pueden variar según la cantidad de clientes presentes.

6.2 Analogia con sistemas de nacimiento y muerte

Los sistemas dependientes de estado tambien se conocen como sistemas de nacimiento y muerte debido a su similitud con modelos poblacionales.

6.2.1 Nacimientos

En la poblacion es Nacimientos y en las colas es λ_n .

6.2.2 Muertes

representan las salidas del sistema:

- En poblacion, Muertes.
- En colas, servicios completados μ_n .

6.3 Deduccion de probabilidades de estado

6.3.1 Principio de Balance

El analisis se basa en el principio de balance de flujo, en estado estable, la tasa de entradas a un estado debe ser igual a la tasa de salidas de ese estado.

6.3.2 Desarrollo de formula

Estado 0, el equilibrio entre entradas y salidas.

$$\mu_1 \pi_1 = \lambda_0 \pi_0$$

Despejado

$$\mu_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} \pi_0$$

7 Clase 8 - M/G/1 y M/D/1

7.1 M/G/1

- Llegadas Poisson.
- Tiempo de servicio General
- 1 Solo servidor

Surge porque el modelo M/M/1 asume tiempos exponenciales, algo que no es realista en muchos sistemas.

7.1.1 Condicion de estabilidad

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

ρ representa el porcentaje de tiempo que el servidor esta ocupado.

7.1.2 Formula

Permite calcular clientes esperados y tiempo esperado en el sistema

$$E(n) = (\frac{\rho}{1-\rho})[1 - \frac{\rho}{2}(1 - \mu^2 o^2)]$$

7.1.3 Interpretacion μ^2 o σ^2

Equivale a CV^2 (coeficiente de variacion al cuadrado).

Donde si:

- $CV^2 = 1$, comportamiento M/M/1.
- $CV^2 = 0$, servicio deterministico M/D/1.
- $CV^2 > 1$, mucha variabilidad, peores colas.

7.2 M/D/1

- Llegadas Poisson.
- Tiempo de servicio deterministico.
- 1 servidor.

es el sistema más eficiente para un solo servidor.

$$E(n) = (\frac{\rho}{1-\rho})(1 - \frac{\rho}{2})$$

7.3 Sistemas sin interrupcion

Es un sistema que termina un gtrabajo antes de empezar uno con prioridad más alta.

$$W_1 = W_0 + \frac{Q_1+1}{\mu_1}$$

$$W_{q1} = W_0 + \frac{Q_1}{\mu_1}$$

7.4 Sistemas con interrupcion

Si llega alguien de prioridad alta se interrumpe inmediatamente el trabajo actual y el nuevo cliente toma el servidor.

$$W_1 = W_{01} + \frac{Q_1+1}{\mu_1}$$

7.5 Inanición

Clientes/procesos de baja prioridad nunca reciben atención porque siempre llegan otros más prioritarios.

El sistema sigue funcionando pero abandona gente en la cola eternamente.
Literal skill issue del scheduler.